

2019 年陕西中考数学-解析版

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 计算： $(-3)^0 = (\quad)$

- A. 1 B. 0 C. 3 D. $-\frac{1}{3}$

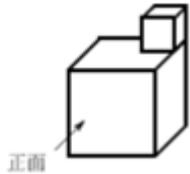
【答案】 A

【分析】 直接根据 0 指数幂的含义进行解答即可.

【详解】 $(-3)^0 = 1$ ，故选 A.

【点睛】 本题考查了 0 指数幂，熟练掌握“任何非 0 数的 0 次幂都等于 1”是解题的关键.

2. 如图，是由两个正方体组成的几何体，则该几何体的俯视图为（ \quad ）



- A. B. C. D.

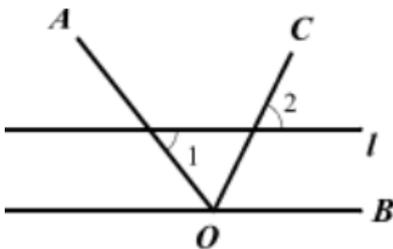
【答案】 D

【分析】 根据俯视图是从上面看得到的图形进行求解即可.

【详解】 俯视图为从上往下看，所以小正方形应在大正方形的右上角，故选 D.

【点睛】 本题考查了简单组合体的三视图，熟知俯视图是从上方看得到的图形是解题的关键.

3. 如图，OC 是 $\angle AOB$ 的角平分线， $l \parallel OB$ ，若 $\angle 1 = 52^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为（ \quad ）



- A. 52° B. 54° C. 64° D. 69°

【答案】 C

【分析】 先根据两直线平行，同旁内角互补求出 $\angle AOB = 128^\circ$ ，再根据角平分线的定义得到 $\angle BOC = 64^\circ$ ，继而根据平行线的性质即可求得答案.

【详解】 $\because l \parallel OB$,

$$\therefore \angle 1 + \angle AOB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 128^\circ,$$

$\because OC$ 平分 $\angle AOB$,
 $\therefore \angle BOC = 64^\circ$,
又 $\because l \parallel OB$,
 $\therefore \angle 2 = \angle BOC = 64^\circ$,
故选 C.

【点睛】本题考查了平行线的性质，角平分线的定义，熟练掌握平行线的性质是解本题的关键.

4. 若正比例函数 $y = -2x$ 的图象经过点 $O(a-1, 4)$, 则 a 的值为 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

【答案】A

【分析】把点 $(a-1, 4)$ 直接代入正比例函数 $y = -2x$ 中求解即可.

【详解】 \because 函数 $y = -2x$ 过 $O(a-1, 4)$,

$$\therefore -2(a-1) = 4,$$

$$\therefore a = -1,$$

故选 A.

【点睛】本题考查了正比例函数图象上点的坐标特征，熟知正比例函数图象上的点的坐标一定满足正比例函数的解析式是解题的关键.

5. 下列计算正确的是 ()

- A. $2a^2 \cdot 3a^2 = 6a^2$ B. $(-3a^2b)^2 = 6a^4b^2$
C. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$ D. $-a^2 + 2a^2 = a^2$

【答案】D

【分析】根据单项式乘法法则、积的乘方法则、完全平方公式，合并同类项法则逐一进行计算即可.

【详解】A. $2a^2 \cdot 3a^2 = 6a^4$, 故 A 选项错误;

B. $(-3a^2b)^2 = 9a^4b^2$, 故 B 选项错误;

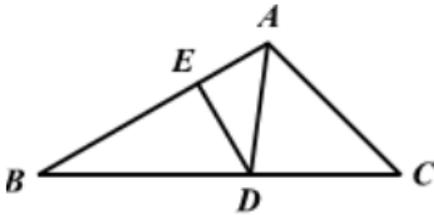
C. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, 故 C 选项错误;

D. $-a^2 + 2a^2 = a^2$, 正确,

故选 D.

【点睛】本题考查了单项式乘法、积的乘方、完全平方公式、合并同类项等运算，熟练掌握各运算的运算法则是解题的关键.

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 30^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ，AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D， $DE \perp AB$ ，垂足为 E. 若 $DE = 1$ ，则 BC 的长为 ()



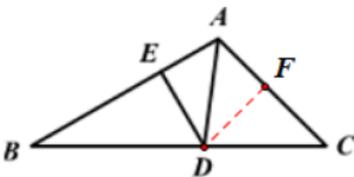
- A. $2+\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3}+2$ D. 3

【答案】A

【分析】

如图，过点D作 $DF \perp AC$ 于F，由角平分线的性质可得 $DF=DE=1$ ，在 $Rt\triangle BED$ 中，根据30度角所对直角边等于斜边一半可得BD长，在 $Rt\triangle CDF$ 中，由 $\angle C=45^\circ$ ，可知 $\triangle CDF$ 为等腰直角三角形，利用勾股定理可求得CD的长，继而由 $BC=BD+CD$ 即可求得答案。

【详解】如图，过点D作 $DF \perp AC$ 于F，



$\because AD$ 为 $\angle BAC$ 的平分线，且 $DE \perp AB$ 于E， $DF \perp AC$ 于F，

$\therefore DF=DE=1$ ，

在 $Rt\triangle BED$ 中， $\angle B=30^\circ$ ，

$\therefore BD=2DE=2$ ，

在 $Rt\triangle CDF$ 中， $\angle C=45^\circ$ ，

$\therefore \triangle CDF$ 为等腰直角三角形，

$\therefore CF=DF=1$ ，

$\therefore CD=\sqrt{DF^2+CF^2}=\sqrt{2}$ ，

$\therefore BC=BD+CD=2+\sqrt{2}$ ，

故选A。

【点睛】本题考查了角平分线的性质，含30度角的直角三角形的性质，勾股定理等知识，正确添加辅助线，熟练掌握和灵活运用相关知识是解题的关键。

7. 在平面直角坐标系中，将函数 $y=3x$ 的图象向上平移6个单位长度，则平移后的图象与 x 轴的交点坐标为（ ）

- A. (2, 0) B. (-2, 0) C. (6, 0) D. (-6, 0)

【答案】B

【分析】

先求出平移后的解析式，继而令 $y=0$ ，可得关于 x 的方程，解方程即可求得答案。

【详解】根据函数图象平移规律，可知 $y=3x$ 向上平移6个单位后得函数解析式应为 $y=3x+6$ ，

此时与 x 轴相交，则 $y=0$ ，

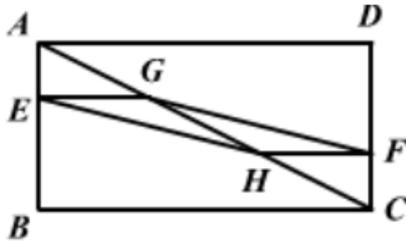
$\therefore 3x+6=0$ ，即 $x=-2$ ，

∴点坐标为(-2, 0),

故选 B.

【点睛】本题考查了一次函数图象的平移，一次函数图象与坐标轴的交点坐标，先出平移后的解析式是解题的关键.

8. 如图，在矩形 ABCD 中，AB=3，BC=6，若点 E，F 分别在 AB，CD 上，且 BE=2AE，DF=2FC，G，H 分别是 AC 的三等分点，则四边形 EHFG 的面积为 ()



A. 1

B. $\frac{3}{2}$

C. 2

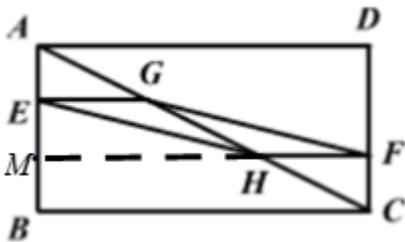
D. 4

【答案】C

【分析】

如图，延长 FH 交 AB 于点 M，由 BE=2AE，DF=2FC，G、H 分别是 AC 的三等分点，证明 EG//BC，FH//AD，进而证明 $\triangle AEG \sim \triangle ABC$ ， $\triangle CFH \sim \triangle CAD$ ，进而证明四边形 EFGH 为平行四边形，再根据平行四边形的面积公式求解即可.

【详解】如图，延长 FH 交 AB 于点 M，



∵BE=2AE，DF=2FC，AB=AE+BE，CD=CF+DF，

∴AE: AB=1: 3，CF: CD=1: 3，

又∵G、H 分别是 AC 的三等分点，

∴AG: AC=CH: AC=1: 3，

∴AE: AB=AG: AC，CF: CD=CH: CA，

∴EG//BC，FH//AD，

∴ $\triangle AEG \sim \triangle ABC$ ， $\triangle CFH \sim \triangle CDA$ ，BM: AB=CF: CD=1: 3， $\angle EMH = \angle B$ ，

∴EG: BC=AE: AB=1: 3，HF: AD=CF: CD=1: 3，

∵四边形 ABCD 是矩形，AB=3，BC=6，

∴CD=AB=3，AD=BC=6， $\angle B = 90^\circ$ ，

∴AE=1，EG=2，CF=1，HF=2，BM=1，

∴EM=3-1-1=1，EG=FH，

∴EG//FH，

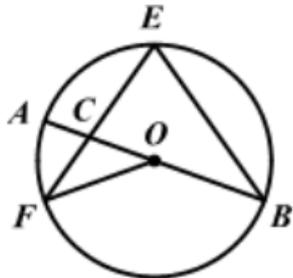
∴四边形 EFGH 为平行四边形，

∴ $S_{\text{四边形 EFGH}} = 2 \times 1 = 2$ ，

故选 C.

【点睛】本题考查了矩形的性质，相似三角形的判定与性质，平行四边形的判定与性质，熟练掌握和灵活运用相关内容是解题的关键.

9. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，EF，EB 是 $\odot O$ 的弦，且 $EF=EB$ ，EF 与 AB 交于点 C，连接 OF，若 $\angle AOF=40^\circ$ ，则 $\angle F$ 的度数是（ ）



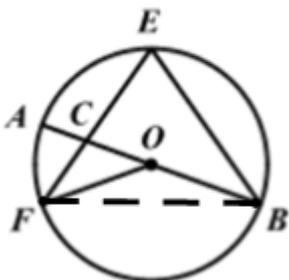
- A. 20° B. 35° C. 40° D. 55°

【答案】B

【分析】

连接 FB，由邻补角定义可得 $\angle FOB=140^\circ$ ，由圆周角定理求得 $\angle FEB=70^\circ$ ，根据等腰三角形的性质分别求出 $\angle OFB$ 、 $\angle EFB$ 的度数，继而根据 $\angle EFO = \angle EBF - \angle OFB$ 即可求得答案.

【详解】连接 FB，



则 $\angle FOB = 180^\circ - \angle AOF = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ ，

$\therefore \angle FEB = \frac{1}{2} \angle FOB = 70^\circ$ ，

$\because FO = BO$ ，

$\therefore \angle OFB = \angle OBF = (180^\circ - \angle FOB) \div 2 = 20^\circ$ ，

$\because EF = EB$ ，

$\therefore \angle EFB = \angle EBF = (180^\circ - \angle FEB) \div 2 = 55^\circ$ ，

$\therefore \angle EFO = \angle EBF - \angle OFB = 55^\circ - 20^\circ = 35^\circ$ ，

故选 B.

【点睛】本题考查了圆周角定理、等腰三角形的性质等知识，正确添加辅助线，熟练掌握和灵活运用相关知识是解题的关键.

10. 在同一平面直角坐标系中，若抛物线 $y = x^2 + (2m-1)x + 2m-4$ 与 $y = x^2 - (3m+n)x + n$ 关于 y 轴对称，则符合条件的 m ， n 的值为（ ）

- A. $m = \frac{5}{7}, n = -\frac{18}{7}$ B. $m = 5, n = -6$ C. $m = -1, n = 6$ D. $m = 1, n = -2$

【答案】D

【分析】

由两抛物线关于 y 轴对称，可知两抛物线的对称轴也关于 y 轴对称，与 y 轴交于同一点，由此可得二次项系数与常数项相同，一次项系数互为相反数，由此可得关于 m、n 的方程组，解方程组即可得。

【详解】关于 y 轴对称，二次项系数与常数项相同，一次项系数互为相反数，

$$\therefore \begin{cases} 2m-1=3m+n \\ n=2m-4 \end{cases},$$

解之得 $\begin{cases} m=1 \\ n=-2 \end{cases}$,

故选 D.

【点睛】本题考查了关于 y 轴对称的抛物线的解析式间的关系，弄清系数间的关系是解题的关键。

二、填空题（共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分）

11. 已知实数 $-\frac{1}{2}$, 0.16, $\sqrt{3}$, π , $\sqrt{25}$, $\sqrt[3]{4}$, 其中为无理数的是_____.

【答案】 $\sqrt{3}, \pi, \sqrt[3]{4}$

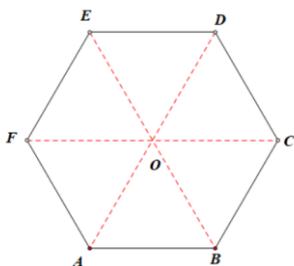
【分析】根据无理数概念结合有理数概念逐一进行分析即可.

【详解】 $-\frac{1}{2}$ 是有理数，0.16 是有理数， $\sqrt{3}$ 是无理数， π 是无理数， $\sqrt{25}=5$ 是有理数， $\sqrt[3]{4}$ 是无理数，

所有无理数 $\sqrt{3}$, π , $\sqrt[3]{4}$, 故答案为: $\sqrt{3}$, π , $\sqrt[3]{4}$.

【点睛】本题主要考查了无理数定义. 初中范围内学习的无理数有三类: ① π 类, 如 2π , 3π 等; ②开方开不尽的数, 如 $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{5}$ 等; ③虽有规律但是无限不循环的数, 如 0.1010010001..., 等. 注意解答此类问题时, 常常要结合有理数概念来求解.

12. 若正六边形的边长为 3, 则其较长的一条对角线长为_____.



【答案】 6.

【分析】根据正六边形的半径就是其外接圆半径，则最长的对角线就是外接圆的直径，据此进行求解即可.

【详解】正六边形的中心角为 $\frac{360^\circ}{6}=60^\circ$,

$\therefore \triangle AOB$ 是等边三角形,

$$\therefore OB=AB=3,$$

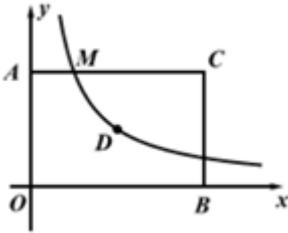
$$\therefore BE=2OB=6,$$

即正六边形最长的对角线为6，

故答案为：6.

【点睛】本题考查了正多边形与圆，正确把握正六边形的中心角、半径与正六边形的最长对角线的关系是解题的关键.

13. 如图，D是矩形AOCB的对称中心，A(0, 4)，B(6, 0)，若一个反比例函数的图象经过点D，交AC于点M，则点M的坐标为___.



【答案】 $(\frac{3}{2}, 4)$

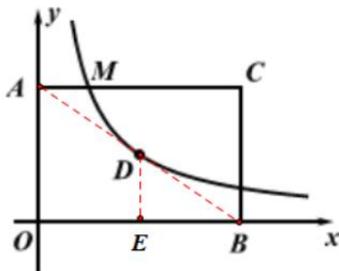
【分析】

如图，连接AB，作DE⊥OB于E，根据矩形是中心对称图形可得D是AB的中点，继而求出点D

的坐标，D(3, 2)，设反比例函数的解析式为 $y = \frac{k}{x}$ ，利用待定系数法求出反比例函数的解析式，

然后根据点M的纵坐标和A的纵坐标相同，继而可求得点M的横坐标，由此即可得答案.

【详解】如图，连接AB，作DE⊥OB于E，



$$\therefore DE \parallel y \text{ 轴},$$

$$\therefore D \text{ 是矩形 } AOCB \text{ 的中心},$$

$$\therefore D \text{ 是 } AB \text{ 的中点},$$

$$\therefore DE \text{ 是 } \triangle AOB \text{ 的中位线},$$

$$\therefore OA=4, OB=6,$$

$$\therefore DE = \frac{1}{2} OA = 2, OE = \frac{1}{2} OB = 3,$$

$$\therefore D(3, 2),$$

设反比例函数的解析式为 $y = \frac{k}{x}$,

$$\therefore k = 3 \times 2 = 6,$$

\therefore 反比例函数的解析式为 $y = \frac{6}{x}$,

∵AM//x轴,

∴M的纵坐标和A的纵坐标相等为4,

把 $y=4$ 代入 $y=\frac{6}{x}$, 得 $4=\frac{6}{x}$, 解得: $x=\frac{3}{2}$,

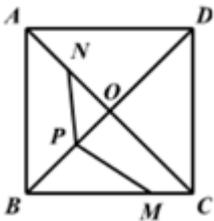
∴M点的横坐标为 $\frac{3}{2}$,

∴点M的坐标为 $(\frac{3}{2}, 4)$,

故答案为: $(\frac{3}{2}, 4)$.

【点睛】本题考查了矩形的对称性,反比例函数图象上点的坐标特征,三角形的中位线等知识,熟练掌握和灵活运用相关知识是解题的关键.注意数形结合思想的运用.

14. 如图,在正方形ABCD中,AB=8,AC与BD交于点O,N是AO的中点,点M在BC边上,且BM=6. P为对角线BD上一点,则PM-PN的最大值为__.



【答案】 2.

【分析】

如图所示,以BD为对称轴作N的对称点 N' ,连接 PN' ,根据对称性质可知, $PN=PN'$,由此可得 $PM-PN' \leq MN'$,当 P, M, N' 三点共线时,取“=”,此时即 $PM-PN$ 的值最大,由正方形的性质求出AC的长,继而可得 $ON'=ON=2\sqrt{2}$, $AN'=6\sqrt{2}$,再证明 $\frac{CM}{BM} = \frac{CN'}{AN'} = \frac{1}{3}$,可得

$PM \parallel AB \parallel CD$, $\angle CMN' = 90^\circ$,判断出 $\triangle N'CM$ 为等腰直角三角形,求得 $N'M$ 长即可得答案.

【详解】如图所示,以BD为对称轴作N的对称点 N' ,连接 PN' ,根据对称性质可知, $PN=PN'$,

∴ $PM - PN' \leq MN'$, 当 P, M, N' 三点共线时,取“=”,

∵正方形边长 8,

∴ $AC = \sqrt{2} AB = 8\sqrt{2}$,

∵O为AC中点,

∴ $AO = OC = 4\sqrt{2}$,

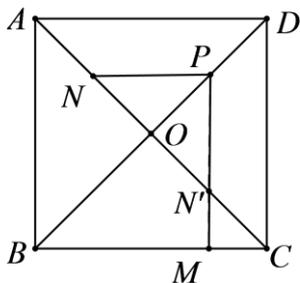
∵N为OA中点,

∴ $ON = 2\sqrt{2}$,

∴ $ON' = ON = 2\sqrt{2}$,

∴ $AN' = 6\sqrt{2}$,

$\therefore BM=6,$
 $\therefore CM=AB-BM=8-6=2,$
 $\therefore \frac{CM}{BM} = \frac{CN'}{AN'} = \frac{1}{3},$
 $\therefore PM \parallel AB \parallel CD, \angle CMN' = 90^\circ,$
 $\therefore \angle N'CM = 45^\circ,$
 $\therefore \triangle N'CM$ 为等腰直角三角形,
 $\therefore CM = N'M = 2,$
 故答案为: 2.



【点睛】本题考查了正方形的性质，平行线分线段成比例定理，等腰直角三角形的判定与性质，最值问题等，熟练掌握和灵活运用相关知识是解题的关键。

三、解答题（共 78 分）

15. 计算： $-2 \times \sqrt[3]{-27} + |1 - \sqrt{3}| - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

【答案】 $1 + \sqrt{3}$

【分析】按顺序先分别进行立方根的运算、绝对值的化简、负指数幂的运算，然后再按运算顺序进行计算即可。

【详解】原式 $= -2 \times (-3) + \sqrt{3} - 1 - 4 = 1 + \sqrt{3}.$

【点睛】本题考查了实数的运算，涉及了立方根、负整数指数幂等，熟练掌握各运算的运算法则是解题的关键。

16. 化简： $\left(\frac{a-2}{a+2} + \frac{8a}{a^2-4}\right) \div \frac{a+2}{a^2-2a}$

【答案】 a

【分析】括号内先通分进行分式的加减法运算，然后再进行分式的乘除运算即可。

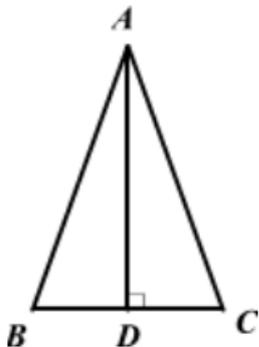
【详解】原式 $= \frac{(a-2)^2 + 8a}{(a+2)(a-2)} \cdot \frac{a(a-2)}{a+2}$

$$= \frac{(a+2)^2}{(a+2)(a-2)} \cdot \frac{a(a-2)}{a+2}$$

$= a.$

【点睛】本题考查了分式的混合运算，熟练掌握分式混合运算的运算顺序以及运算法则是解题的关键.

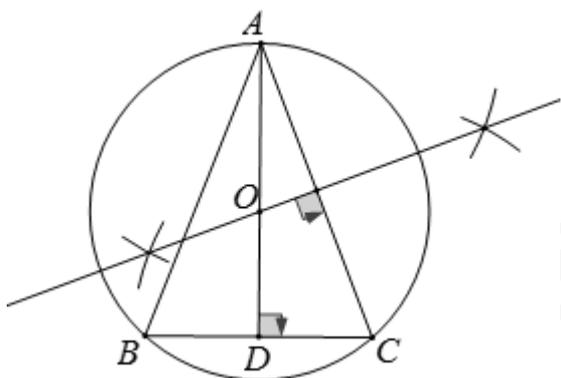
17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， AD 是 BC 边上的高。请用尺规作图法，求作 $\triangle ABC$ 的外接圆。（保留作图痕迹，不写做法）



【答案】如图所示见解析.

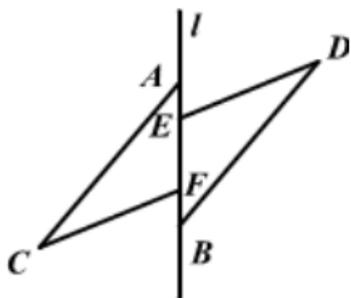
【分析】分别以 A 、 C 为圆心，大于 AC 的一半长为半径画弧，两弧在 AC 的两侧分别交于两点，过这两点作直线，与 AD 交于点 O ，然后以点 O 为圆心，以 AO 长为半径画圆即可.

【详解】如图所示， $\odot O$ 即为 $\triangle ABC$ 的外接圆.



【点睛】本题考查了尺规作图——三角形的外接圆，正确把握三角形外接圆的圆心是三角形三边垂直平分线的交点是解题的关键.

18. 如图，点 A ， E ， F 在直线 l 上， $AE=BF$ ， $AC \parallel BF$ ，且 $AC=BD$ ，求证： $CF=DE$



【答案】见解析.

【分析】利用 SAS 证明 $\triangle ACF \cong \triangle BDE$ ，根据全等三角形的性质即可得.

【详解】 $\because AE=BF$,

$\therefore AF=BE$,

$\because AC \parallel BD$,

$\therefore \angle CAF = \angle DBE$,

又 $AC = BD$,

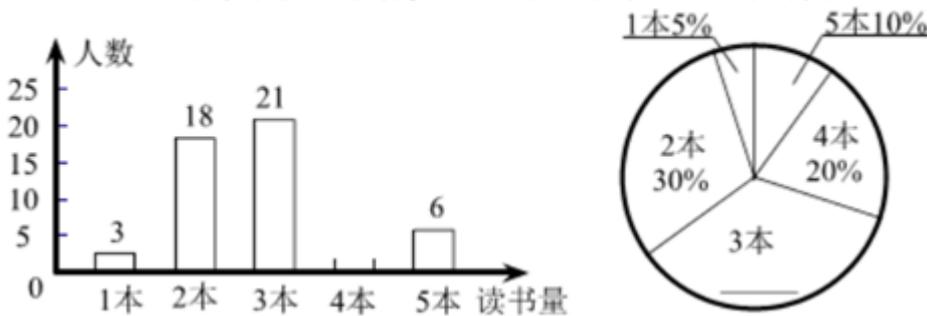
$\therefore \triangle ACF \cong \triangle BDE$ (SAS),

$\therefore CF = DE$.

【点睛】 本题考查了全等三角形的判定与性质，熟练掌握是解题的关键.

19. 本学期初，某校为迎接中华人民共和国建国七十周年，开展了以“不忘初心，缅怀革命先烈，奋斗新时代”为主题的读书活动。校德育处对本校七年级学生四月份“阅读该主题相关书籍的读书量”（下面简称：“读书量”）进行了随机抽样调查，并对所有随机抽取学生的“读书量”（单位：本）进行了统计，如下图所示：

所抽取该校七年级学生四月份“读书量”的统计图



根据以上信息，解答下列问题：

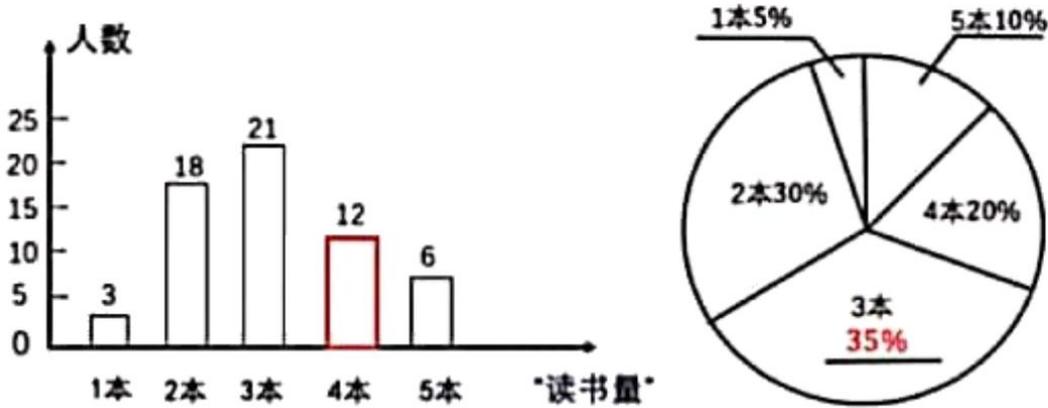
- 补全上面两幅统计图，填出本次所抽取学生四月份“读书量”的众数为_____；
- 求本次所抽取学生四月份“读书量”的平均数；
- 已知该校七年级有 1200 名学生，请你估计该校七年级学生中，四月份“读书量”为 5 本的学生人数。

【答案】 (1) 如图所示，众数为 3 (本)；(2) 平均数为 3；(3) 四月份“读书量”为 5 本的学生人数为 120 人。

【分析】

- 根据读书量为 1 本 人数以及所占的百分比求出本次所抽取的学生数，然后乘以读书量为 4 本的百分比求出 4 本的人数，据此补全条形图，用 1 减去其余的百分比求出 3 本的百分比，据此补全扇形图，根据条形图即可求得众数；
- 根据条形图利用加权平均数公式进行求解即可；
- 用 1200 乘以 5 本所占的比例即可得。

【详解】 (1) 抽取的学生数为： $3 \div 5\% = 60$ 人，
 读书量为 4 本的人数为： $60 \times 20\% = 12$ (人)，
 读书量为 3 本的人数所占的百分比为： $1 - 5\% - 30\% - 20\% - 10\% = 35\%$ ，
 补全统计图如图所示：



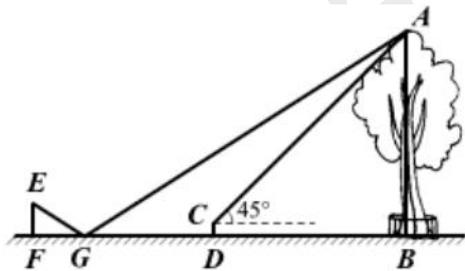
读书量为 3 本的人数最多，所以“读书量”的众数为：3，故答案为：3。

$$(2) \text{平均数} = \frac{3 \times 1 + 18 \times 2 + 21 \times 3 + 12 \times 4 + 6 \times 5}{3 + 18 + 21 + 12 + 6} = 3;$$

$$(3) \text{四月份“读书量”为 5 本的学生人数} = 1200 \times \frac{6}{60} = 120 \text{ (人)}.$$

【点睛】本题考查了条形统计图，扇形统计图，用样本估计总体等，从不同的统计图中获取必要的信息是解题的关键。

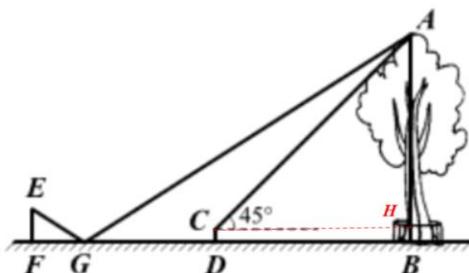
20. 小明利用刚学过 测量知识来测量学校内一棵古树的高度。一天下午，他和学习小组的同学带着测量工具来到这棵古树前，由于有围栏保护，他们无法到达古树的底部 B，如图所示。于是他们先在古树周围的空地上选择一点 D，并在点 D 处安装了测量器 DC，测得古树的顶端 A 的仰角为 45° ；再在 BD 的延长线上确定一点 G，使 $DG=5$ 米，并在 G 处的地面上水平放置了一个小平面镜，小明沿着 BG 方向移动，当移动到点 F 时，他刚好在小平面镜内看到这棵古树的顶端 A 的像，此时，测得 $FG=2$ 米，小明眼睛与地面的距离 $EF=1.6$ 米，测倾器的高度 $CD=0.5$ 米。已知点 F、G、D、B 在同一水平直线上，且 EF、CD、AB 均垂直于 FB，求这棵古树的高度 AB。（小平面镜的大小忽略不计）



【答案】这棵古树的高 AB 为 18m。

【分析】如图，过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H，则 $CH=BD$ ， $BH=CD=0.5$ ，继而可得 $AB=BD+0.5$ ，再证明 $\triangle EFG \sim \triangle ABC$ ，根据相似三角形的性质得 $\frac{EF}{AB} = \frac{FG}{BG}$ ，即 $\frac{1.6}{BD+0.5} = \frac{2}{5+BD}$ ，由此求得 BD 长，即可求得 AB 长。

【详解】如图，过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H，



则 $CH=BD$, $BH=CD=0.5$,

在 $Rt\triangle ACH$ 中, $\angle ACH=45^\circ$,

$\therefore AH=CH=BD$,

$\therefore AB=AH+BH=BD+0.5$,

$\because EF \perp FB, AB \perp FB$,

$\therefore \angle EFG = \angle ABG = 90^\circ$,

由题意, 易知 $\angle EGF = \angle AGB$,

$\therefore \triangle EFG \sim \triangle ABG$,

$\therefore \frac{EF}{AB} = \frac{FG}{BG}$, 即 $\frac{1.6}{BD+0.5} = \frac{2}{5+BD}$,

解得: $BD=17.5$,

$\therefore AB=17.5+0.5=18(m)$,

\therefore 这棵古树的高 AB 为 $18m$.

【点睛】 本题考查了解直角三角形的应用, 相似三角形的判定与性质, 正确添加辅助线构建直角三角形是解题的关键.

21. 根据记录, 从地面向上 $11km$ 以内, 每升高 $1km$, 气温降低 $6^\circ C$; 又知在距离地面 $11km$ 以上高空, 气温几乎不变. 若地面气温为 $m(^\circ C)$, 设距地面的高度为 $x(km)$ 处的气温为 $y(^\circ C)$

(1) 写出距地面的高度在 $11km$ 以内的 y 与 x 之间的函数表达式;

(2) 上周日, 小敏在乘飞机从上海飞回西安途中, 某一时刻, 她从机舱内屏幕显示的相关数据得知, 飞机外气温为 $-26^\circ C$ 时, 飞机距离地面的高度为 $7km$, 求当时这架飞机下方地面的气温; 小敏想, 假如飞机当时在距离地面 $12km$ 的高空, 飞机外的气温是多少度呢? 请求出假如当时飞机距离地面 $12km$ 时, 飞机外的气温.

【答案】 (1) $y=m-6x$; (2) 当时飞机距地面 $12km$ 时, 飞机外的气温为 $-50^\circ C$

【分析】

(1) 根据从地面向上 $11km$ 以内, 每升高 $1km$, 气温降低 $6^\circ C$ 即可写出函数表达式;

(2) 将 $x=7, y=-26$ 代入 (1) 中的解析式可求得当时地面的气温; 根据地面气温以及飞机的高度利用 (1) 中的解析式即可求得飞机距离地面 $12km$ 时, 飞机外的气温.

【详解】 (1) \because 从地面向上 $11km$ 以内, 每升高 $1km$, 气温降低 $6^\circ C$, 地面气温为 $m(^\circ C)$, 距地面的高度为 $x(km)$ 处的气温为 $y(^\circ C)$,

$\therefore y$ 与 x 之间的函数表达式为: $y=m-6x(0 \leq x \leq 11)$;

(2) 将 $x=7, y=-26$ 代入 $y=m-6x$, 得 $-26=m-42$,

$\therefore m=16$,

\therefore 当时地面气温为 $16^\circ C$;

$\because x=12 > 11$,

$\therefore y=16-6 \times 11 = -50(^\circ C)$,

假如当时飞机距地面 $12km$ 时, 飞机外的气温为 $-50^\circ C$.

【点睛】本题考查了一次函数的应用，弄清题意，正确分析各量间的关系是解题的关键.

22. 现有 A、B 两个不透明袋子，分别装有 3 个除颜色外完全相同的小球。其中，A 袋装有 2 个白球，1 个红球；B 袋装有 2 个红球，1 个白球。

(1) 将 A 袋摇匀，然后从 A 袋中随机取出一个小球，求摸出小球是白色的概率；

(2) 小华和小林商定了一个游戏规则：从摇匀后的 A、B 两袋中随机摸出一个小球，摸出的这两个小球，若颜色相同，则小林获胜；若颜色不同，则小华获胜。请用列表法或画出树状图的方法说明这个游戏规则对双方是否公平。

【答案】(1) $P(\text{摸出白球}) = \frac{2}{3}$ ；(2) 这个游戏规则对双方不公平。

【分析】

(1) 根据 A 袋中共有 3 个球，其中 2 个是白球，直接利用概率公式求解即可；

(2) 列表得到所有等可能的结果，然后分别求出小林获胜和小华获胜的概率进行比较即可。

【详解】(1) A 袋中共有 3 个球，其中有 2 个白球，

$$\therefore P(\text{摸出白球}) = \frac{2}{3}；$$

(2) 根据题意，列表如下：

	红 1	红 2	白
白 1	(白 1, 红 1)	(白 1, 红 2)	(白 1, 白)
白 2	(白 2, 红 1)	(白 2, 红 2)	(白 2, 白)
红	(红, 红 1)	(红, 红 2)	(红, 白)

由上表可知，共有 9 种等可能结果，其中颜色相同的结果有 4 种，颜色不同的结果有 5 种，

$$\therefore P(\text{颜色相同}) = \frac{4}{9}, P(\text{颜色不同}) = \frac{5}{9},$$

$$\therefore \frac{4}{9} < \frac{5}{9},$$

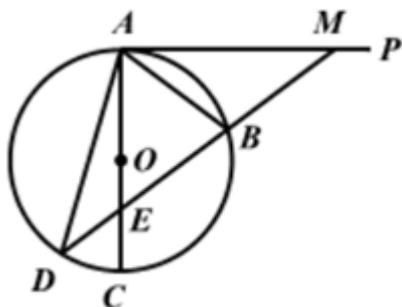
\therefore 这个游戏规则对双方不公平。

【点睛】本题考查了列表法或树状图法求概率，判断游戏的公平性，用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比。

23. 如图，AC 是 $\odot O$ 的一条弦，AP 是 $\odot O$ 的切线。作 $BM=AB$ 并与 AP 交于点 M，延长 MB 交 AC 于点 E，交 $\odot O$ 于点 D，连接 AD。

(1) 求证： $AB=BE$ ；

(2) 若 $\odot O$ 的半径 $R=5$ ， $AB=6$ ，求 AD 的长。



【答案】(1) 见解析；(2) $AD = \frac{48}{5}$ 。

【分析】

(1) 由切线的性质可得 $\angle BAE + \angle MAB = 90^\circ$ ，进而得 $\angle AEB + \angle AMB = 90^\circ$ ，由等腰三角形的性质得 $\angle MAB = \angle AMB$ ，继而得到 $\angle BAE = \angle AEB$ ，根据等角对等边即可得结论；

(2) 连接 BC，根据直径所对的圆周角是直角可得 $\angle ABC = 90^\circ$ ，利用勾股定理可求得 $BC=8$ ，证明 $\triangle ABC \sim \triangle EAM$ ，可得 $\angle C = \angle AME$ ， $\frac{AC}{EM} = \frac{BC}{AM}$ ，可求得 $AM = \frac{48}{5}$ ，再由圆周角定理以及等量代换可得 $\angle D = \angle AMD$ ，继而根据等角对等边即可求得 $AD = AM = \frac{48}{5}$ 。

【详解】 (1) $\because AP$ 是 $\odot O$ 的切线，

$$\therefore \angle EAM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle MAB = 90^\circ, \quad \angle AEB + \angle AMB = 90^\circ,$$

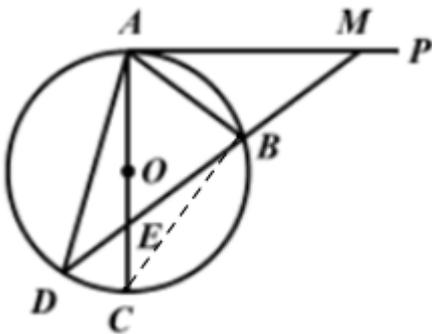
又 $\because AB = BM$,

$$\therefore \angle MAB = \angle AMB,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle AEB,$$

$$\therefore AB = BE;$$

(2) 连接 BC，



$\because AC$ 是 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ$$

在 $Rt\triangle ABC$ 中， $AC=10$ ， $AB=6$ ，

$$\therefore BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 8,$$

由(1)知， $\angle BAE = \angle AEB$ ，

又 $\angle ABC = \angle EAM = 90^\circ$ ，

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle EAM,$$

$$\therefore \angle C = \angle AME, \quad \frac{AC}{EM} = \frac{BC}{AM},$$

$$\text{即 } \frac{10}{12} = \frac{8}{AM},$$

$$\therefore AM = \frac{48}{5},$$

又 $\because \angle D = \angle C$ ，

$$\therefore \angle D = \angle AMD,$$

$$\therefore AD = AM = \frac{48}{5}.$$

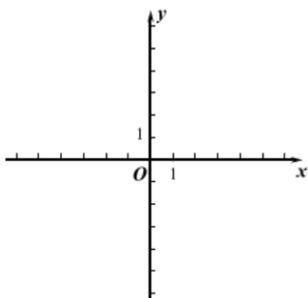
【点睛】 本题考查了切线的性质，等腰三角形的判定与性质，相似三角形的判定与性质，圆周

角定理等知识，准确识图，正确添加辅助线，熟练掌握和灵活运用相关知识是解题的关键.

24. 在平面直角坐标系中，已知抛物线 $L: y = ax^2 + (c-a)x + c$ 经过点 $A(-3, 0)$ 和点 $B(0, -6)$ ， L 关于原点 O 对称的抛物线为 L' .

(1) 求抛物线 L 的表达式；

(2) 点 P 在抛物线 L' 上，且位于第一象限，过点 P 作 $PD \perp y$ 轴，垂足为 D . 若 $\triangle POD$ 与 $\triangle AOB$ 相似，求符合条件的点 P 的坐标.



【答案】(1) $y = -x^2 - 5x - 6$; (2) 符合条件的点 P 的坐标为 $(1, 2)$ 或 $(6, 12)$ 或 $(\frac{3}{2}, \frac{3}{4})$ 或 $(4,$

2).

【分析】

(1) 利用待定系数法进行求解即可得；

(2) 由关于原点对称的点的坐标特征可知点 $A(-3, 0)$ 、 $B(0, -6)$ 在 L' 上的对应点分别为 $A'(3, 0)$ 、 $B'(0, 6)$ ，利用待定系数法求得抛物线 L' 的表达式为 $y = x^2 - 5x + 6$ ，设 $P(m, m^2 - 5m + 6)$ ($m > 0$)，根据 $PD \perp y$ 轴，可得点 D 的坐标为 $(0, m^2 - 5m + 6)$ ，可得 $PD = m$ ， $OD = m^2 - 5m + 6$ ，再由 $Rt\triangle POD$ 与 $Rt\triangle AOB$ 相似，分 $Rt\triangle PDO \sim Rt\triangle AOB$ 或 $Rt\triangle ODP \sim Rt\triangle AOB$ 两种情况，根据相似三角形的性质分别进行求解即可得.

【详解】(1) 由题意，得
$$\begin{cases} 9a - 3(c - a) + c = 0 \\ c = -6 \end{cases},$$

解得：
$$\begin{cases} a = -1 \\ c = -6 \end{cases},$$

$\therefore L: y = -x^2 - 5x - 6$;

(2) \because 抛物线 L 关于原点 O 对称的抛物线为 L' ,

\therefore 点 $A(-3, 0)$ 、 $B(0, -6)$ 在 L' 上的对应点分别为 $A'(3, 0)$ 、 $B'(0, 6)$,

\therefore 设抛物线 L' 的表达式 $y = x^2 + bx + 6$,

将 $A'(3, 0)$ 代入 $y = x^2 + bx + 6$ ，得 $b = -5$,

\therefore 抛物线 L' 的表达式为 $y = x^2 - 5x + 6$,

$\therefore A(-3, 0)$ ， $B(0, -6)$ ，

$\therefore AO = 3$ ， $OB = 6$ ，

设 $P(m, m^2 - 5m + 6)$ ($m > 0$)，

$\because PD \perp y$ 轴，

\therefore 点 D 的坐标为 $(0, m^2 - 5m + 6)$ ，

$\therefore PD = m$ ， $OD = m^2 - 5m + 6$ ，

∵ Rt△PDO 与 Rt△AOB 相似，

∴ 有 Rt△PDO ∽ Rt△AOB 或 Rt△ODP ∽ Rt△AOB 两种情况，

① 当 Rt△PDO ∽ Rt△AOB 时，则 $\frac{PD}{AO} = \frac{OD}{BO}$ ，即 $\frac{m}{3} = \frac{m^2 - 5m + 6}{6}$ ，

解得 $m_1 = 1$ ， $m_2 = 6$ ，

∴ $P_1(1, 2)$ ， $P_2(6, 12)$ ；

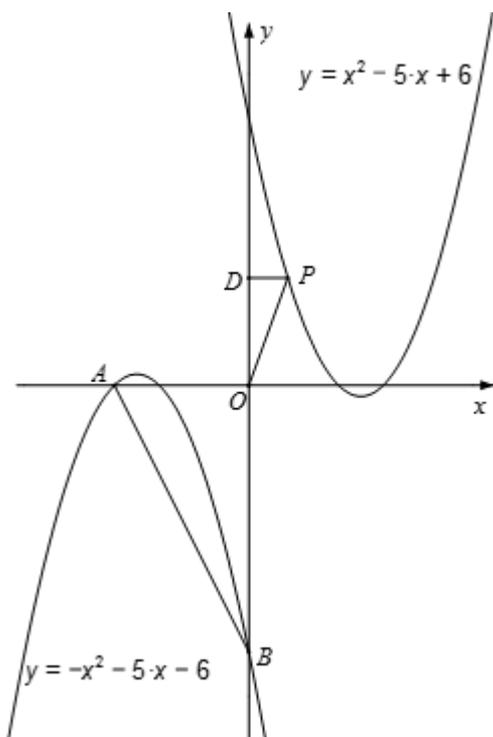
② 当 Rt△ODP ∽ Rt△AOB 时，则 $\frac{PD}{BO} = \frac{OD}{AO}$ ，即 $\frac{m}{6} = \frac{m^2 - 5m + 6}{3}$ ，

解得 $m_3 = \frac{3}{2}$ ， $m_4 = 4$ ，

∴ $P_3(\frac{3}{2}, \frac{3}{4})$ ， $P_4(4, 2)$ ，

∵ P_1 、 P_2 、 P_3 、 P_4 均在第一象限，

∴ 符合条件的点 P 的坐标为 (1, 2) 或 (6, 12) 或 $(\frac{3}{2}, \frac{3}{4})$ 或 (4, 2)。



【点睛】 本题考查的是二次函数综合题，涉及了待定系数法、关于原点对称的抛物线的特点、相似三角形的判定与性质等，综合性较强，难度较大，正确把握和灵活运用相关知识是解题的关键。

25. 问题提出：

(1) 如图 1，已知△ABC，试确定一点 D，使得以 A，B，C，D 为顶点的四边形为平行四边形，请画出这个平行四边形；

问题探究：

(2) 如图 2, 在矩形 ABCD 中, $AB=4$, $BC=10$, 若要在该矩形中作出一个面积最大的 $\triangle BPC$, 且使 $\angle BPC=90^\circ$, 求满足条件的点 P 到点 A 的距离;

问题解决:

(3) 如图 3, 有一座草根塔 A, 按规定, 要以塔 A 为对称中心, 建一个面积尽可能大的形状为平行四边形的草根景区 BCDE. 根据实际情况, 要求顶点 B 是定点, 点 B 到塔 A 的距离为 50 米, $\angle CBE=120^\circ$, 那么, 是否可以建一个满足要求的面积最大的平行四边形景区 BCDE? 若可以, 求出满足要求的平行四边形 BCDE 的最大面积; 若不可以, 请说明理由。(塔 A 的占地面积忽略不计)

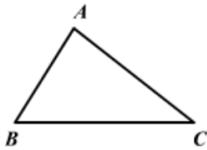


图 1

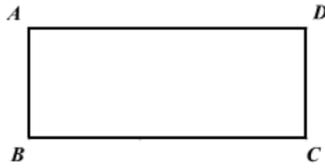


图 2

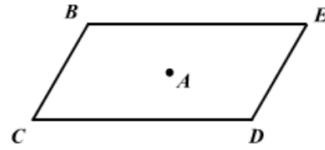


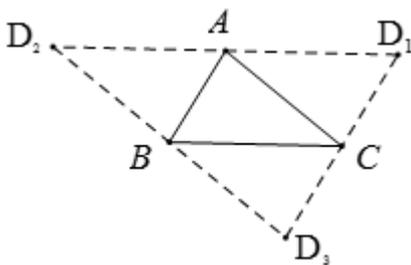
图 3

【答案】(1) 点 D 所在的位置见解析; (2) AP 的长为 2 或 8; (3) 可以, 符合要求的 $\square BCDE$ 的最大面积为 $5000\sqrt{3}\text{m}^2$.

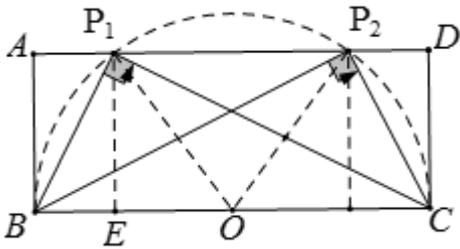
【分析】

- (1) 根据平行四边形的特点, 分三种情况利用平移的性质得到点 D 的位置即可;
- (2) 由题意可知点 P 在边 AD 上时, $\triangle BPC$ 的面积最大, 为满足 $\angle BPC=90^\circ$, 根据 AB 比 BC 的一半小, 以 BC 为直径画圆, 圆与 AD 的交点即可满足条件的点 P, 然后根据已知条件利用勾股定理进行求解即可;
- (3) 可以, 如图所示, 连接 BD, 由已知可得 $BD=100$, $\angle BED=60^\circ$, 作 $\triangle BDE$ 的外接圆 $\odot O$, 则点 E 在优弧 BD 上, 取 BE 的中点 E' , 连接 $E'B, E'D$, 则可得 $\triangle BE'D$ 为正三角形, 连接 $E'O$ 并延长, 经过点 A 至 C' , 使 $E'A=AC'$, 连接 $BC', C'D$, 可得四边形 $E'BC'D$ 为菱形, 且 $\angle C'BE'=120^\circ$, 作 $EF \perp BD$, 垂足为 F, 连接 EO, 则 $EF \leq EO + OA = E'O + OA = E'A$, 则有 $S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2}BD \cdot EF \leq \frac{1}{2}BD \cdot E'A = S_{\triangle BE'D}$, 据此即可求得答案.

【详解】(1) 如图所示, 有三个符合条件的平行四边形;



(2) 如图,



$\because AB=4, BC=10,$

\therefore 取 BC 的中点 O, 则 $OB > AB,$

\therefore 以点 O 为圆心, OB 长为半径作 $\odot O$, $\odot O$ 一定于 AD 相交于 P_1, P_2 两点,

连接 $P_1B, P_1O, P_1C,$

$\because \angle BPC=90^\circ$, 点 P 不能在矩形外;

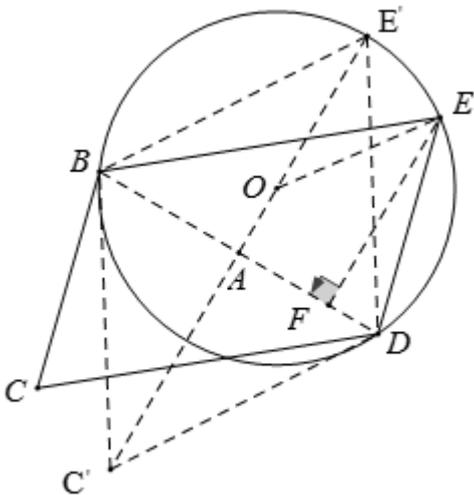
$\therefore \triangle BPC$ 的顶点 P 在 P_1 或 P_2 位置时, $\triangle BPC$ 的面积最大,

作 $P_1E \perp BC$, 垂足为 E, 则 $OE=3, \therefore AP_1 = BE = OB - OE = 5 - 3 = 2,$

由对称性得 $AP_2 = 8,$

综上可知 AP 的长为 2 或 8;

(3) 可以, 如图所示, 连接 BD,



$\because A$ 为平行四边形 BCDE 的对称中心, $BA=50, \angle CBE=120^\circ,$

$\therefore BD=100, \angle BED=60^\circ,$

作 $\triangle BDE$ 的外接圆 $\odot O$, 则点 E 在优弧 BD 上, 取 BE 的中点 E' , 连接 $E'B, E'D,$

则 $E'B = E'D$, 且 $\angle BE'D=60^\circ, \therefore \triangle BE'D$ 为正三角形,

连接 $E'O$ 并延长, 经过点 A 至 C' , 使 $E'A = AC'$, 连接 $BC', C'D,$

$\because E'A \perp BD,$

\therefore 四边形 $E'BC'D$ 为菱形, 且 $\angle C'BE' = 120^\circ,$

作 $EF \perp BD$ ，垂足为 F ，连接 EO ，则 $EF \leq EO + OA = E'O + OA = E'A$ ，

$$\therefore S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2}BD \cdot EF \leq \frac{1}{2}BD \cdot E'A = S_{\triangle BE'D},$$

$$\therefore S_{\square BCDE} \leq S_{\text{菱形}BC'DE'} = 2S_{\triangle BDE'} = 100^2 \cdot \sin 60^\circ = 5000\sqrt{3}(\text{m}^2),$$

所以符合要求的 $\square BCDE$ 的最大面积为 $5000\sqrt{3}\text{m}^2$ 。

【点睛】 本题考查了直径所对的圆周角是直角，圆周角定理，等边三角形的判定与性质，菱形的判定与性质等，综合性较强，难度较大，正确画出符合题意的图形是解题的关键。

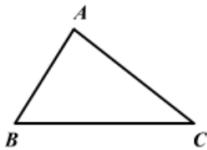


图 1

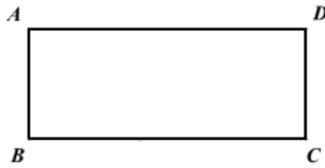


图 2

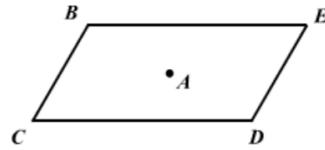


图 3